Задачи к лекции 7

1) Найти матрицу линейного оператора в трехмерном евклидовом пространстве, заданного формулой: $A\vec{x} = [\vec{a}, [\vec{x}, \vec{b}]]$, где a и b заданные векторы в трехмерном пространстве $([\vec{A}, \vec{B}])$ – векторное произведение векторов A и B).

2) Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы $\vec{a}_1 = (2, 0, 3)$, $\vec{a}_2 = (4, 1, 5)$, $\vec{a}_3 = (3, 1, 2)$ соответственно в $\vec{b}_1 = (1, 2, -1)$, $\vec{b}_2 = (4, 5, -2)$, $\vec{b}_3 = (1, -1, 1)$ в том же базисе, в котором заданы координаты всех векторов.

3) Даны две системы векторов в некотором базисе

$$\vec{x}_1 = (1, 3, 2), \quad \vec{x}_2 = (-1, 2, 1), \quad \vec{x}_3 = (0, 1, -1);$$

$$\vec{y}_1 = (1, 2, -1), \quad \vec{y}_2 = (1, 2, -3), \quad \vec{y}_3 = (-1, 0, 1)$$

Доказать, что каждая система векторов является также базисом и найти связь между этими базисами.

4) Линейный оператор A в базисе $\vec{a}_1 = (2, 0, 3)$, $\vec{a}_2 = (4, 1, 5)$, $\vec{a}_3 = (3, 1, 2)$ имеет матрицу

$$A_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Найти матрицу этого оператора в базисе $\vec{b}_1 = (1, 1, 0)$, $\vec{b}_2 = (-1, 0, 1)$, $\vec{b}_3 = (0, 1, -1)$.