***Задачи к лекции 8***

1. Доказать, что для невырожденности оператора *A* необходимо и достаточно, чтобы он не имел нулевых собственных значений (оператор *A* называется невырожденным, если его матрица  в каком-нибудь (а значит и в любом) базисе [*e*] невырождена, т.е. если ).
2. Доказать, что если оператор *A* невырожден, то *A* и  имеют одни и те же собственные векторы. Найти связи между собственными значениями этих операторов.
3. Доказать, что если *x* – собственный вектор оператора *A*, относящийся к собственному значению , то *x* будет собственным вектором для оператора , где  – произвольный многочлен степени *n*. Найти соответствующее собственное значение этого оператора.
4. Доказать, что если матрицы *A* и *B* подобны, то всякое собственное значение матрицы *A*, является также собственным значением матрицы *B*, и наоборот. Найти связь между собственными векторами матриц *A* и *B*. (Матрица *A* называется подобной матрице *B*, если существует невырожденная матрица *T* такая, что .
5. Найти характеристический многочлен оператора *A* трехмерного евклидова пространства: , где *a* – фиксированный вектор.
6. Найти собственные значения и собственные вектора оператора *A* трехмерного евклидова пространства:

, где *a* – фиксированный вектор.

1. Дана матрица 

а) показать, что она приводится к диагональному виду;

б) вычислить  для *n* – целого и положительного.