Пример 1. Для нулевого и единичного операторов любой ненулевой вектор пространства является собственным, отвечающим соответственно собственному числу  и .

Пример 2. Пусть *A* – оператор поворота евклидовой плоскости на угол ϕ. Тогда согласно примеру 9.3 характеристический многочлен этого оператора имеет вид:

,

где  – матрица оператора в ОНБ , .

Его ** корни комплексны, если ϕ не кратно . Следовательно, этот оператор, если ϕ не кратно π, не имеет вещественных собственных векторов. Отметим, что если , то оператор тождественен и любой ненулевой вектор – собственный с **, если же , то каждый ненулевой вектор – собственный с **.

Пример 3. Пусть в трехмерном евклидовом пространстве оператор *A* задан равенством: , где  – фиксированный вектор. Тогда согласно определению вектор  является собственным, если существует такое число λ, что

 . (\*)

Так как вектор  ортогонален вектору , то умножая скалярно последнее равенство, получаем . Следовательно, единственным вещественным собственным значением нашего оператора является **. Из (\*) получаем, что собственными векторами нашего оператора, отвечающими собственному значению **, являются векторы, коллинеарные вектору .

Пример 4. Рассмотрим в пространстве  (множество функций, имеющих непрерывные на [*a*,*b*] производные) оператор дифференцирования . Собственные векторы этого оператора находятся из равенства:

.

Решая это дифференциальное уравнение, находим, что  Следовательно, любое вещественное число λ является собственным числом оператора . Каждому λ отвечает один собственный вектор 

Пример 5. Для матрицы

,

как нетрудно проверить, собственными значениями являются **, **, **, а отвечающими им собственными векторами являются соответственно

, , .

Следовательно, матрица  приводится к диагональному виду и имеет в базисе из собственных векторов  следующий вид:

,

а матрица *S*, трансформирующая исходную матрицу  к диагональному виду , имеет вид:

.