

**Кашурников Владимир Анатольевич**

**д.ф.-м.н. , профессор**

## **Фазовые переходы в конденсированных средах**

### **ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения учебной дисциплины

#### **Фазовые переходы в конденсированных средах**

---

являются:

*Показать современные взгляды на физику фазовых переходов, познакомить с основными аналитическими методами исследования критических точек, с физикой магнитных систем, с современной теорией взаимодействующего электронного газа в веществе и с физикой сверхпроводимости. Научить методам теории среднего поля, критериям определения точек фазового перехода, критических индексов, теорией Ландау фазовых переходов второго рода. Познакомить с различными примерами фазовых переходов первого и второго рода в физике конденсированного состояния, с различными моделями сильнокоррелированных систем*

---

*В рамках курса рассматриваются современные взгляды на физику фазовых переходов на примере широкого класса моделей, в частности в рамках теории среднего поля: теория магнитного упорядочения, теория Ван дер Ваальса, феноменологическая теория фазовых переходов Ландау для описания термодинамических фазовых переходов. Представлен широкий спектр моделей конденсированного состояния: модели Изинга, Гейзенберга и Хаббарда, взаимодействующие Ферми- и Бозе-газы, бозонная модель Хаббарда. Рассмотрены различные типы магнитного упорядочения: ферромагнитное, антиферромагнитное, спиновые волны, зонный ферромагнетизм. Значительное внимание уделено также таким фазовым превращениям, как плавление и отвердевание, переходы металл - диэлектрик, бозе - конденсация. Наряду с приближенными результатами теории среднего поля рассмотрен ряд точнорешаемых низкоразмерных задач (одномерная и двумерная модели Изинга, одномерная модель Хаббарда), для которых удается точно получить ответ на наличие или отсутствие фазового перехода.*

*Во второй части курса рассматривается явление сверхпроводимости как ярчайший пример фазового перехода в конденсированном состоянии. Обсуждается эксперимент и теория, модель Бардина-Купера-Шриффера и теория Гинзбурга-Ландау. Рассматриваются термодинамические и неравновесные свойства сверхпроводников, спектр возбуждений, токовые и магнитные явления, классы сверхпроводников. Обсуждаются проблемы современного состояния, применения явления сверхпроводимости.*

### **Краткое содержание лекций**

#### **Phase transitions in condensed matter**

##### **1. Phase transitions in a many-particles system.**

Introduction. Classification of phase transitions. Symmetry breaking in the phase transition. Paramagnetic – ferromagnetic transition. The ordering field. The exchange interaction between the magnetic moments.

## **2. Ising model.**

Weiss field approximation. Weiss equation. The free energy of a ferromagnet in the Ising model. The transition temperature of the Curie-Weiss law. The heat capacity, susceptibility, keeping fluctuations. Exact solutions of one-dimensional and two-dimensional Ising model. Absence of phase transitions in one-dimensional case.

## **3. Ferromagnetic Heisenberg model.**

Quantum and classical models. The ground state. Excitations in a ferromagnet. Spin waves. Magnons. Thermodynamics of the magnon.

## **4. Antiferromagnetism.**

The ground state. Spectrum and thermodynamics excitation in antiferromagnets. Classical antiferromagnetic model. The concept of ferrimagnetism.

## **5. First order phase transition.**

Vapor-liquid transition. Condensation. The equation of van der Waals. Lattice gas model. Liquid-solid transition. Crystallization.

## **6. The band theory of ferromagnetism.**

The spin paramagnetism in the Stoner theory. Stoner's ferromagnetism criterion. Metal-insulator transition. Hubbard model. Mott model. Metal-insulator transition in disordered systems. Anderson model.

## **7. Bose-Einstein condensation.**

The excitations in a nonideal Bose gas. Superfluidity. Landau superfluidity criterion.

## **8. Superconductivity - phase transition**

Superconductivity as a second order thermodynamic phase transition. The main experimental evidence for low-temperature and high-temperature superconductors. Overview of the phenomenological theory of superconductivity. London theory. Nature of effective attraction between electrons. Dielectric formalism.

## **9. Cooper pairs.**

The binding energy and the radius. The BCS theory. The BCS Hamiltonian. The BCS wave function. The equation for the order parameter at zero temperature. The energy of condensation.

## **10. Excitations in superconductors**

The excitation spectrum. The energy gap in the excitation spectrum. The basic equation of the

BCS. The critical temperature of the transition. Thermodynamics of superconductors. The heat capacity and its temperature dependence. The theory of the Meissner effect. The penetration depth of magnetic field. The electromagnetic field absorption and the ultrasound absorption. The tunnel effect in superconductors. Josephson effect. Nonequilibrium superconductivity at electromagnetic and tunnel injection.

### **11 Ginzburg-Landau equation theory**

Ginzburg-Landau equation (GL) for a spatially inhomogeneous systems. GL functional. The phenomenological conclusion. Characteristic length. London length. The coherence length. Parameter of GL. The theory of hierarchy and Bogolyubov equations. Bogolyubov quasiparticles. Dimensionless, gradientinvariant form of the GL equations.

### **12. The destruction of superconductivity by a magnetic field.**

The thermodynamic potential of the superconductor. Thermodynamic critical magnetic field. The surface energy of the superconductor-normal metal in the presence of a magnetic field. Superconductors of the first and second kind. Inhomogeneous (vortex) the penetration of the magnetic field. Flux quantization. Abrikosov vortices. The lower critical magnetic field. The upper critical magnetic field. The structure and properties of vortex filaments.

### **13. Interaction of vortex filaments.**

The vortex lattice. The magnetization of the superconductors of the first and second kind. Theorem areas. Effect of irregularities, boundaries and defects in the penetration of the magnetic field. Surface temperature superconductivity. Contact phenomenon. Thin films. Hard II kind superconductors. Pinning threads. The critical current. The critical state. Viscous motion and vortex creep. "Dirty" superconductors. Effect of nonmagnetic and magnetic impurities on the critical temperature. Anderson theorem

### **14. Specific types of superconductors.**

Superconductors with A15 structure. Heavy fermions. Laves phase. High-temperature superconductors (HTSC).

---

## **Фазовые переходы в конденсированных средах**

---

### **1 Тема. Фазовые переходы в системе многих частиц.**

Введение. Классификация фазовых переходов. Нарушения симметрии при фазовом переходе. Переход парамагнетик - ферромагнетик. Поле упорядочения. Обменное взаимодействие между магнитными моментами.

### **2 Тема. Модель Изинга.**

Приближение поля Вейсса. Уравнение Вейсса. Свободная энергия ферромагнетика в модели Изинга. Температура перехода Кюри-Вейсса. Теплоемкость, восприимчивость, учет

флуктуаций. Точные решения в одномерной и двумерной моделях Изинга. Отсутствие фазового перехода в одномерном случае.

### **3 Тема. Модель Гайзенберга для ферромагнетиков.**

Квантовая и классическая модели. Основное состояние. Возбуждения в ферромагнетике. Спиновые волны. Магноны. Термодинамика магнонов.

### **4 Тема. Антиферромагнетизм.**

Основное состояние. Спектр и термодинамика возбуждений в антиферромагнетиках. Классическая антиферромагнитная модель. Понятие о ферримагнетизме.

### **5 Тема. Фазовые переходы первого рода.**

Переход пар-жидкость. Конденсация. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Модель решеточного газа. Переход жидкость-твердое тело. Кристаллизация.

### **6 Тема. Зонная теория ферромагнетизма.**

Спиновый парамагнетизм в теории Стонера. Критерий ферромагнетизма Стонера. Переход металл-диэлектрик. Модель Хаббарда. Модели Мотта. Переход металл-диэлектрик в неупорядоченных системах. Модель Андерсона.

### **7 Тема. Бозе-эйнштейновская конденсация.**

Возбуждения в неидеальном бозе-газе. Сверхтекучесть. Критерий сверхтекучести Ландау.

### **8 Тема Сверхпроводимость как термодинамический фазовый переход второго рода.**

Основные экспериментальные факты для низкотемпературных и высокотемпературных сверхпроводников. Обзор феноменологических теорий сверхпроводимости. Теория Лондонов. Природа эффективного притяжения между электронами. Диэлектрический формализм.

### **9 Тема Куперовские пары.**

Энергия связи и радиус. Теория БКШ. Гамильтониан БКШ. Волновая функция БКШ. Уравнение для параметра порядка при нулевой температуре. Энергия конденсации.

### **10 Тема Возбуждения в сверхпроводниках.**

Спектр возбуждений. Щель в спектре возбуждений. Основное уравнение БКШ. Критическая температура перехода. Термодинамика сверхпроводников. Теплоемкость и ее температурная зависимость. Теория эффекта Мейснера. Глубина проникновения. Поглощение электромагнитного поля и ультразвука. Туннельный эффект в

сверхпроводниках. Эффект Джозефсона. Неравновесная сверхпроводимость при электромагнитной и туннельной инжекции.

**11 Тема. Уравнения Гинзбурга-Ландау (Г-Л) для пространственно-неоднородных систем.** Функционал Г-Л. Феноменологический вывод. Характерные длины. Лондоновская длина. Длина когерентности. Параметр Г-Л. Теория Боголюбова и уравнения Боголюбова. Квазичастицы Боголюбова. Обезразмеренная, градиентноинвариантная форма уравнений Г-Л.

**12 Тема. Разрушение сверхпроводимости магнитным полем.**

Термодинамический потенциал сверхпроводника. Критическое термодинамическое магнитное поле. Поверхностная энергия сверхпроводник-нормальный металл в присутствии магнитного поля. Сверхпроводники первого и второго рода. Неоднородное (вихревое) проникновение магнитного поля. Квантование потока. Вихри Абрикосова. Нижнее критическое магнитное поле. Верхнее критическое магнитное поле. Структура и свойства вихревых нитей.

**13 Тема. Взаимодействие вихревых нитей.**

Решетка вихрей. Намагниченность сверхпроводников первого и второго рода. Теорема площадей. Влияние неоднородностей, границ и дефектов на проникновение магнитного поля. Поверхностная сверхпроводимость. Контактные явления. Тонкие пленки. Жесткие сверхпроводники второго рода. Пиннинг нитей. Критический ток. Критическое состояние. Вязкое движение и крип вихрей. "Грязные" сверхпроводники. Влияние немагнитных и магнитных примесей на критическую температуру. Теорема Андерсона

**14 Тема. Особые типы сверхпроводников.**

Сверхпроводники со структурой  $A15$ . Тяжелые фермионы. Фазы Лавеса. Высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП).

## **Практические занятия**

**1 Тема. Модель Изинга без взаимодействия.** Классическая трехмерная модель Гайзенберга без взаимодействия.

**2 Тема. Модель Изинга с взаимодействием в приближении среднего поля.** Классическая модель Гайзенберга с взаимодействием в приближении среднего поля.

**3 Тема. Антиферромагнитная модель Изинга с взаимодействием.** Классическая антиферромагнитная модель Гайзенберга.

**4 Тема. Одномерные ферромагнитные и антиферромагнитные модели Изинга. Точное решение. Двумерный Изинг. Точное решение Онзагера.**

**5 Тема.** Ферромагнетизм в модели Изинга. Плоский ферромагнетик. Связь модели со сверхпроводимостью.

**6 Тема.** Спиновые волны в ферромагнетиках. Спектр магнонов. Антиферромагнитные возбуждения. Термодинамика.

**7 Тема.** Делокализованные магнитные моменты. Модель Стонера. Модель Хаббарда. Простейшие свойства Гамильтониана.

**8 Тема.** Сверхтекучесть. Возбуждения в сверхтекучей жидкости.

**9 Тема.** Некоторые свойства идеального ферми-газа. Плотность состояний, энергия, корреляционные функции. Электронная и фононная подсистемы. Диэлектрическая проницаемость. Модель желе.

**10 Тема.** Свойства куперовской пары: энергия связи с учетом кулоновского отталкивания, средний размер пары.

**11 Тема.** Гамильтониан и основное состояние БКШ: нормировка, квантовые средние. Унитарное преобразование, преобразование Боголюбова, соотношения коммутации. Возбужденные состояния и квазичастицы Боголюбова.

**12 Тема.** Термодинамика сверхпроводников. Эффект Мейснера, эффект Джозефсона.

**13 Тема.** Уравнения Лондонов и Гинзбурга-Ландау. Электродинамика. Расчеты простейших распределений поля в тонких и массивных сверхпроводниках. Феноменология уравнений Гинзбурга-Ландау и две характерные длины. Пространственное распределение параметра порядка.

**14 Тема.** Термодинамический потенциал. Критические токи и поля. Распределение тока и поля. Критические токи и поля тонких пленок. Термодинамический подход. Квантование магнитного потока

**15 Тема.** Нижнее и верхнее критические поля. Вихри Абрикосова. Взаимодействие вихревых нитей. Решетка вихрей. Кривая намагничивания СП второго рода. Теорема площадей.

**16 Тема.** Граница сверхпроводника. Поверхностная сверхпроводимость. Взаимодействие вихрей с границей. Барьер Бина-Ливингстона. Пиннинг на границе. Пиннинг на неоднородностях.

Содержание тестовых материалов традиционное для данного курса и включает в себя задания по следующим разделам:

Свойства свободного электронного газа. Электрон-фононное взаимодействие. Магнитостатика массивных сверхпроводников. Свойства куперовской пары. Основное состояние сверхпроводника. Унитарное преобразование, преобразование Боголюбова, соотношения коммутации. Возбужденные состояния и квазичастицы Боголюбова. Термодинамика сверхпроводников. Уравнения Лондонов. Электродинамика. Феноменология уравнений Гинзбурга-Ландау и две характерные длины. Уравнения Боголюбова и Гинзбурга-Ландау. Термодинамика и уравнения Г-Л. Нелокальность. Градиентные преобразования. Микроскопический вывод уравнений Г-Л. Обезразмеривание уравнений Г-Л. Термодинамический потенциал. Критические токи и поля. Распределение тока и поля. Критические токи и поля тонких пленок. Термодинамический подход. Квантование магнитного потока. Нижнее и верхнее критические поля. Вихри Абрикосова. Взаимодействие вихревых нитей. Решетка вихрей. Кривая намагничивания СП второго рода. Теорема площадей. Поверхностная сверхпроводимость. Граничные условия для уравнений Гинзбурга-Ландау. Взаимодействие с границей. Барьер Бина-Ливингстона. Пиннинг на границе. Пиннинг на неоднородностях. Модель Изинга без взаимодействия. Классическая трехмерная модель Гайзенберга без взаимодействия. Модель Изинга с взаимодействием в приближении среднего поля. Антиферромагнитная модель Изинга с взаимодействием. Классическая антиферромагнитная модель Гайзенберга. Ферромагнетизм в модели Изинга.

Делокализованные магнитные моменты. Модель Стонера. Модель Хаббарда. Простейшие свойства Гамильтониана. Точное Ответ Либа и Ву. Спиновые волны. Спектр магнонов. При использовании данных тестовых заданий для оценки уровня остаточных знаний студентов, обучающихся по другим физическим специальностям, следует учитывать особенности соответствующих программ.

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

#### а) основная литература:

1. Браут Р. Фазовые переходы. М.: Мир, 1967.
2. Елесин В.Ф., Кашурников В.А. Физика фазовых переходов. Учебное пособие. М.: МИФИ, 1997.
3. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. М.: Наука, 2000, МЦНМО
4. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968.
5. Александров А.С., Елесин В.Ф. Физика сверхпроводимости. Ч.1. М.: МИФИ, 1979.
6. Александров А.С., Елесин В.Ф., Павловский В.В. Сборник задач по физике сверхпроводимости. М.: МИФИ, 1986.
7. Александров А.С., Елесин В.Ф., Павловский В.В. Физика сверхпроводимости. Электродинамика сверхпроводников. М.: МИФИ, 1985.
8. В. А. Кашурников, А. В. Красавин. Фазовые переходы и квантовые явления в низкоразмерных системах, Учебно-научный комплекс (УНК). 145 с. МИФИ, Москва, 2008.

#### б) дополнительная литература:

1. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1966.
2. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974.
3. Изюмов Ю.А., Скрыбин Ю.Н. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М.: Наука, 1987.
4. Мотт Н.Ф. Переходы металл-изолятор. М.: Наука, 1979.
5. Паташинский Д.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
6. Свидзинский А.В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1982.
7. Высокотемпературные сверхпроводники. Под ред. Д. Нелсона, М. Уиттингема, Т. Джорджа. М.: Мир, 1988.
8. Лыков С.Н. Сверхпроводимость полупроводников. Уч. пособие. СПб: Наука, 2001.

